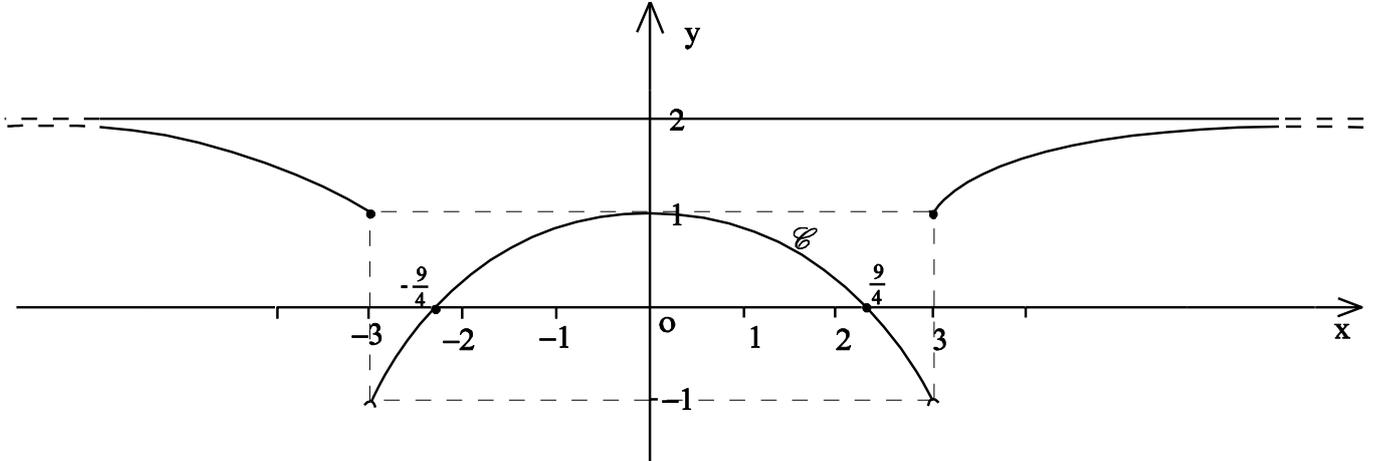


**Exercice 1** ( 6 pts)

La courbe  $C$  ci-dessous est d'une fonction  $f$  dans un repère orthonormé.  
Par lecture graphique répondre aux questions suivantes.



1. a) Déterminer l'ensemble de définition  $D$  de la fonction  $f$  .  
b) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.  
c) Dresser le tableau des variations de la fonction  $f$  .
2. a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$  et  $f(-3)$  la fonction  $f$  est elle continue en -3.  
b) Préciser le domaine de continuité de  $f$  .
3. a) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$  .  
b) Déduire le signe de  $f(x)$  pour tout  $x \in D$  .
4. Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{2}{\sqrt{f(x)}}$   
a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $g$  .  
b) Déterminer les limites de  $g$  aux bornes de son domaine de définition.

**Exercice 2** ( 7 pts)

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{2x + 2} & \text{si } x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4} - x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  .
2. a) Montrer que  $f$  est continue sur  $[1, +\infty[$   
b) Déterminer la valeur de  $a$  pour que  $f$  soit continue en 1,
3. Dans la suite de l'exercice on donne  $a = -6$   
a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \frac{1}{2}x$  .  
b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ , Conclure .
4. Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$  .
5. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

### **Exercice 3** ( 7 pts)

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x + 1$  et  $g(x) = \cos x - \sin x$

1. a) Calculer  $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .  
b) Montrer que  $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ .  
c) Déduire la valeur exacte de  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$
2. a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[0, \pi]$  l'équation  $f(x) = 0$ .  
b) Placer sur le cercle trigonométrique les images des solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .
3. a) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $g(x) = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .  
b) Résoudre dans  $[0, 2\pi[$  l'équation  $\frac{f(x) - 1}{\cos x - \sin x} = \sqrt{2}$